

## МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

### ОБЛАСТЕН КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ – 23.02.2013 г.

#### КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ТЕМАТА ЗА ВЪЗРАСТОВА ГРУПА – XI-XII КЛАС

**1 задача. В кратера Мьостинг.** Вие сте на Луната, в средата на кратера Мьостинг, който се намира в центъра на видимия от Земята лунен диск. Кратерът има диаметър 26 км и височина на обграждащия го вал 2.8 км.

- **а.** Какво ще виждате в небето по време на лунната нощ? А по време на лунния ден?
- **б.** Опишете един слънчев изгрев. Помислете за необикновените детайли, които ще видите.
- **в.** Кога през лунната нощ за вас ще бъде най-тъмно? Отговорете само качествено.
- **г.** Има ли обстоятелства при които ще бъде по-тъмно от обикновената нощ? Опишете какво ще наблюдавате тогава. В коя част от денонощието може да се случи това?
- **д.** Пресметнете колко ще продължава за вас лунният ден – интервалът между изгрева и залеза на центъра на видимия слънчев диск.

Приемете, че орбитите на Луната и Земята са кръгови и няма физически и оптически либрации.

#### **Решение:**

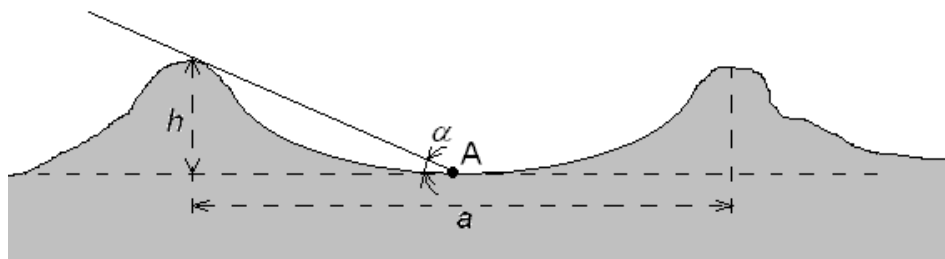
От центъра на видимия от Земята лунен диск ще виждаме в зенита самата Земя и при липса на либрации тя ще стои там във фиксирано положение. През нощта ще виждаме звездите и Земята, осветена от Слънцето. Ако не отчитаме по-късния слънчев изгрев и поранния залез поради височината на вала на кратера, нощта за нас ще продължава колкото половината от синодичния лунен месец, или около 15 земни денонощия. През това време Земята ще изменя своята фаза от първа четвърт през „пълноземие” до последна четвърт. „Пълноземието” ще бъде в момента на лунната полунощ. През деня отново ще се виждат звездите на фона на тъмно черно небе, защото на Луната няма въздух, който да разсейва слънчевата светлина. Ще виждаме Слънцето, което ще изгрява приблизително от изток и ще залязва приблизително на запад. Земята ще изменя своята фаза от последна четвърт през „новоземие” до първа четвърт. „Новоземието” ще бъде в момента на лунното пладне. Тогава Слънцето ще бъде на малко ъглово отстояние от Земята, а Земята ще е като съвсем тънък сърп.

Понеже няма разсейване на светлината от атмосферата, на Луната няма утринен или вечерен здрач. Небето е черно винаги. Малко преди изгрева на видимия слънчев диск над заобикалящия кратера вал ще се появи красивото сияние на слънчевата корона. Ние на Земята можем да я виждаме само при пълно слънчево затъмнение, но понеже на Луната няма въздух, тя ще се откроява много по-добре на тъмното небе и ще може да се различава на неговия фон до по-големи ъгли разстояния около Слънцето. Преди да видим Слънцето, то ще освети високите върхове от пръстеновидния вал на кратера, които ще блестят на фона на тъмното небе. Постепенно осветяването ще обхване цялата западна стена на кратера. Осветената част от вътрешността на кратера ще се увеличава и когато достигне до центъра на кратера, слънчевият диск ще започне да се показва над източния му ръб.

Най-яркото светило на лунното небе през нощта ще бъде Земята. В средата на нощта тя ще е в „пълноземие” и тогава ще бъде най-светло. Следователно най-тъмно по време на лунната нощ ще бъде малко преди изгрева на Слънцето сутрин или малко след залеза му вечер, когато Земята ще е близо до фаза последна или първа четвърт.

По-тъмно от обикновеното за лунната нощ може да стане, ако Луната навлезе в земната сянка. Тогава на Земята би се наблюдавало лунно затъмнение, а на Луната – слънчево затъмнение – Земята ще закрие Слънцето. Това може да се случи по време на лунното пладне – по средата на лунния ден. Интересното е, че при слънчево затъмнение за лунен наблюдател би било много по-тъмно, отколкото при слънчево затъмнение за земен наблюдател, понеже на Земята поради разсейването на слънчевата светлина в атмосферата, при слънчево затъмнение наистина притъмнява, но далеч не толкова, колкото може да е тъмно през нощта. *Най-тъмно ще бъде при най-тъмните лунни затъмнения, когато осветената от Слънцето атмосфера на Земята свети най-слабо.*

Начертаваме профил на кратера Мьостинг. Осначаваме неговия диаметър с  $a$  и височината на вала с  $h$ . Отбелязваме с точка А в центъра му нашето положение.



Ако се намирахме върху някоя обширна лунна равнина, то от изгрева до залеза на Слънцето за нас щеше да има половин лунно денонощие (без да отчитаме закривяването по земната орбита), т.е. половин синодичен лунен месец –  $29.5 : 2 = 14.75$  земни денонощия. Слънцето ще изминава при своето видимо денонощно движение  $180^\circ$  по небето. Поради ограничението на вала, заобикалящ кратера, в неговия център изгревът на Слънцето за нас ще се случва малко по-късно, а залезът малко по-рано. Пресмятаме ъгъла  $\alpha$  от съотношението:  $\operatorname{tg} \alpha = h/(a/2)$  и получаваме около  $12^\circ$ . Следователно за нас по небето от изгрев до залез центърът на слънчевия диск ще изминава  $180^\circ - 2 \times 12^\circ = 156^\circ$ . Времето от изгрева до залеза ще бъде:

$$14.75 \times \frac{156^\circ}{180^\circ} \approx 12.78 \text{ земни денонощия}$$

Критерии за оценяване (14 т.):

За описание и обяснение какво ще се вижда през лунния ден и лунната нощ – 3 т.

За описание на слънчев изгрев – 2 т.

За посочване и обяснение кога през лунната нощ ще е най-тъмно – 2 т.

За посочване на слънчевото затъмнение като време, когато ще е по-тъмно от обикновената нощ и обяснение – 2 т.

За правилен метод за определяне на времето от изгрева до залеза в кратера – 4 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

**2 задача. Обитаеми планети.** Една от близките до Слънцето звезди – Gliese 581 – се намира на разстояние около 20 светлинни години. Тя е червено джудже със светимост 77 пъти по-слаба от светимостта на Слънцето. Около тази звезда са открити шест планети, данните за които виждате в таблицата.

### Планетна система на Gliese 581

Планета (Обозначение)	Маса (Земни маси)	Голяма полуос на орбитата (астр. единици)	Орбитален период (Земни денонощия)
Gliese 581 e	1.7	0.028453	3.14867
Gliese 581 b	15.6	0.040616	5.36841
Gliese 581 c	5.6	0.072993	12.9191
Gliese 581 g	3.1	0.14601	36.562
Gliese 581 d	5.6	0.21847	66.87
Gliese 581 f	7.0	0.758	433

Зоната благоприятна за живот около нашето Слънце се простира от 0.8 до 2.0 астрономически единици разстояние. Това е зоната, в която на планетите с достатъчно атмосферно налягане на повърхността може да има течна вода.

- Какво може да се каже за възможността да има обитаеми планети около Gliese 581?

#### Решение:

Предполагаме, че в зоната благоприятна за живот около Gliese 581 осветеността, създавана от тази звезда, е същата като осветеността, създавана от Слънцето в рамките на неговата зона благоприятна за живот. Осветеността е обратно пропорционална на квадрата на разстоянието до звездата. Светимостта на Gliese 581 е 77 пъти по-слаба от слънчевата. Следователно всяка от границите на зоната благоприятна за живот там трябва да е  $\sqrt{77} \approx 8.77$  пъти по-близка до звездата, отколкото в случая на нашата Слънчева система. Това съответства на граници между  $0.8/8.77 \approx 0.091$  AU и  $2.0/8.77 \approx 0.228$  AU. Както се вижда от таблицата, в тази зона попадат планетите Gliese 581 g и d. Но планетата Gliese 581 d е много близо до външната граница на зоната. Ако нейната орбита има достатъчно голям ексцентрицитет, в значителна част от орбиталния си период тази планета може да се оказва извън зоната благоприятна за живот. Тази планета има доста голяма маса – около 6 пъти надвишаваща земната маса. Наистина при по-силното си гравитационно привличане тя би задържала около себе си по-плътна атмосфера, която може би осигурява парников ефект и вследствие на това – по-висока температура на повърхността. Но от друга страна твърде силната гравитация на повърхността би могла да се окаже и не особено благоприятен фактор за развитието на живот там. Най-големи надежди могат да се възложат на планетата Gliese 581 g . Тя е близо до средата на зоната благоприятна за живот и нейната маса е само около 3 пъти по-голяма от земната маса.

Самата звезда Gliese 581 има един параметър, който е благоприятен за появата и развитието на живот на планета около нея. Това е звезда червено джудже с малка маса, от което следва, че ще има дълъг живот в стабилно състояние – много по-продължителен дори от живота на нашето Слънце.

#### Критерии за оценяване (общо 10 т.):

*За правилен метод за определяне на границите на зоната благоприятна за живот около Gliese 581 – 2 т.*

*За верни пресмятания – 2 т.*

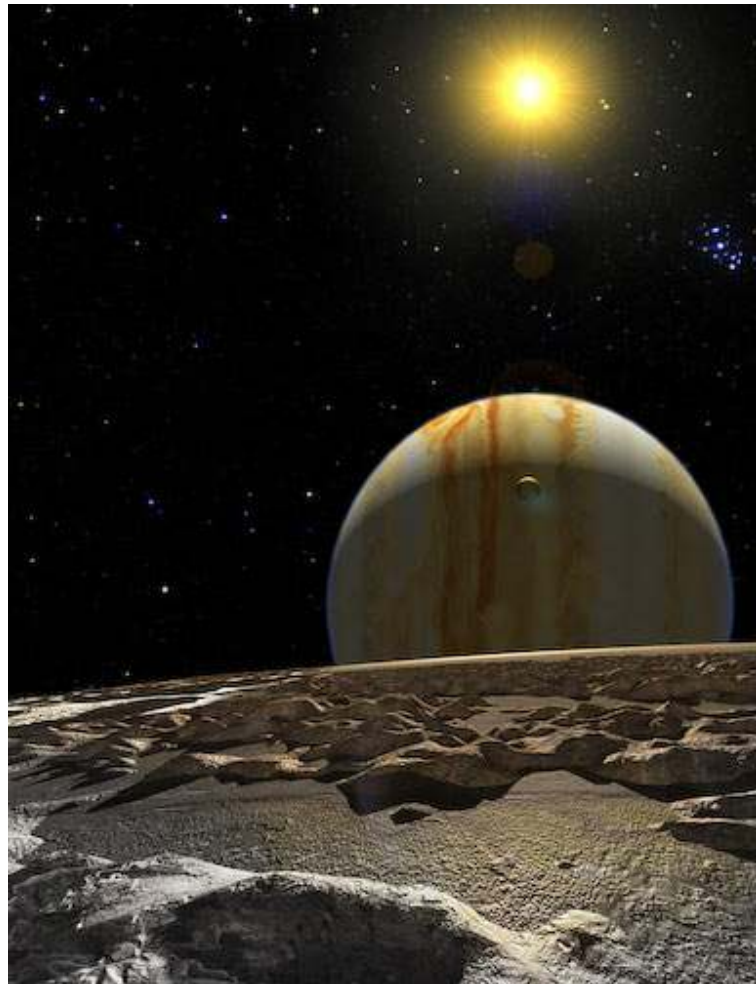
*За определяне кои от планетите попадат в тази зона – 2 т.*

*За разсъждения относно възможността планетата Gliese 581 g да е обитаема – 2 т.*

*За разсъждения относно възможността планетата Gliese 581 d да е обитаема – 2 т.*

**3 задача. Космическа картина.** Фантастичният пейзаж, който виждате, е от повърхността на Европа – спътник на Юпитер (Фиг. 1). Представете си, че наистина сте там, като член на бъдеща междупланетна мисия, и имате шанса да се любувате отблизо на величествената планета гигант.

- Дали наистина може да се види това, което е изобразено на картината? Изследвайте я внимателно, като направите необходимите построения и измервания и преценете правилно ли е нарисувана тя. Не обръщайте внимание на видимите размери на Слънцето и на звездното небе.



Фиг. 1. Космическа картина – Европа

**Решение:**

Нека определим видимия ъглов диаметър на Юпитер за наблюдател от Европа. Трябва да имаме предвид, че Европа е доста близо до Юпитер и радиусът на нейната орбита е само около 9 пъти по-голям от радиуса на Юпитер. Затова използваме поточни геометрични разсъждения. Да означим с  $R$  радиуса на Юпитер, с  $r$  радиуса на орбитата на Европа и с  $\rho$  видимия ъглов радиус на Юпитер. Тогава:

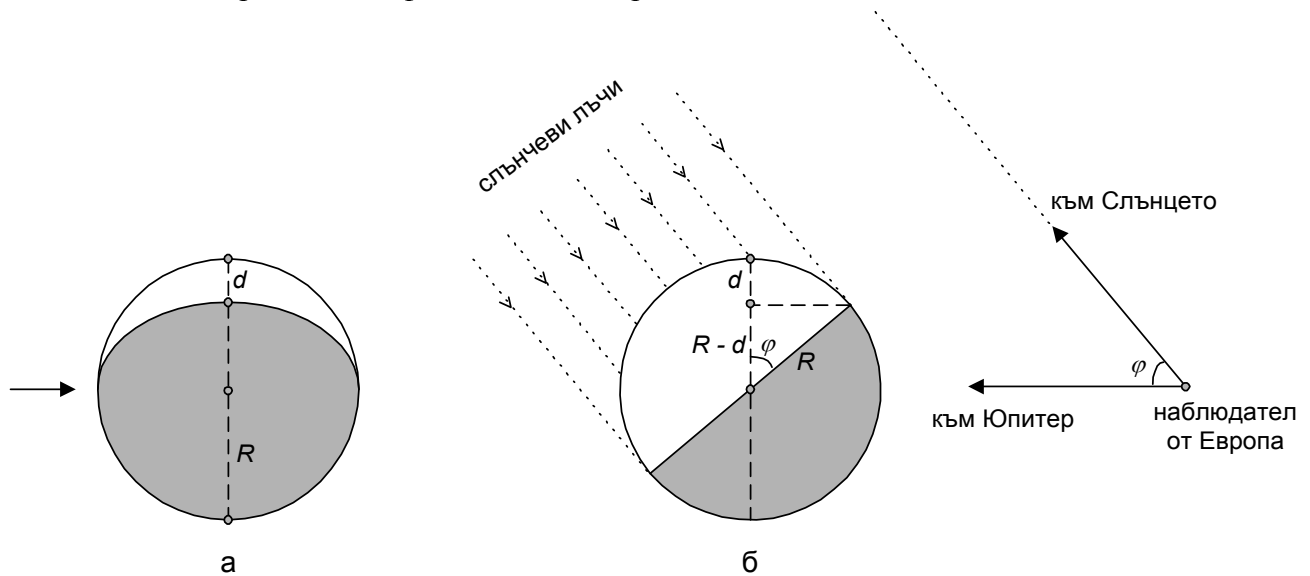
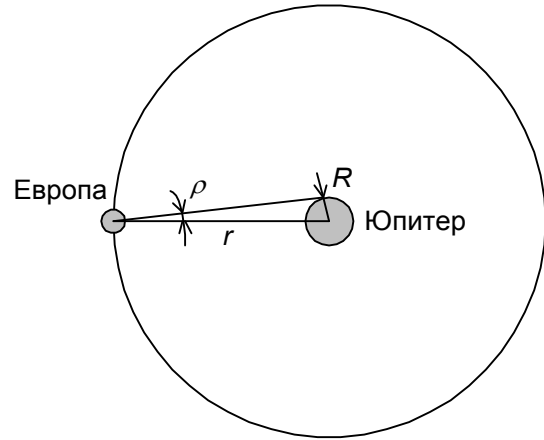
$$\sin \rho = \frac{R}{r}$$

Оттук за видимия ъглов диаметър на Юпитер получаваме:

$$\delta = 2\rho \approx 12.2^\circ$$

За да е правилна рисунката, трябва да има правилно съотношение между фазата на Юпитер и видимото ъглово отстояние на Юпитер от Слънцето. Трябва да определим ъгловото разстояние  $\varphi$  между центровете на видимия диск на Юпитер и на Слънцето. Измерваме върху рисунката в милиметри разстоянието между центъра на Слънцето и границата на видимия диск на Юпитер. Използваме получения ъглов диаметър на Юпитер за мащаб и получаваме, че това разстояние съответства на  $9.2^\circ$ . Прибавяме видимия ъглов радиус на Юпитер и получаваме  $\varphi = 15.3^\circ$ .

Сега нека разгледаме фазата на Юпитер.



Фиг. 2. Юпитер във фаза.

На Фиг. 2а е представен Юпитер така, както изглежда на рисунката за наблюдател от Европа. А на Фиг. 2б е показано как би изглеждал Юпитер при поглед откъм единия му полюс, означен със стрелка на Фиг. 2а. Означаваме с  $d$  ширината на видимия от Европа светъл сърп на Юпитер. Ъгълът  $\varphi$  на Фиг. 2б е равен на ъгловото отстояние между центровете на Юпитер и

Слънцето, понеже това са ъгли с взаимно перпендикулярни рамене. Можем да определим този ъгъл. Както се вижда от Фиг. 2б:

$$\cos \varphi = \frac{R - d}{R}$$

Измерваме върху рисунката  $R$  и  $d$  в милиметри и от горната формула пресмятаме:

$$\varphi \approx 47.4^\circ$$

Това не съответства на определеното по-горе чрез измерване ъглово разстояние  $\varphi = 15.3^\circ$  между центровете на видимия диск на Юпитер и на Слънцето. Следователно картината не е правилно нарисувана. Слънцето трябва да е приблизително на три пъти по-голямо разстояние от Юпитер при тази фаза на планетата.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

*За правилна логическа идея на решението – 3 т.*

*За определяне на видимия ъглов диаметър на Юпитер – 2 т.*

*За определяне на ъгловия мащаб на картината – 1 т.*

*За определяне на ъгловото разстояние между Юпитер и Слънцето – 1 т.*

*За теоретичен начин за определянето на фазовия ъгъл на Юпитер – 3 т.*

*За правилна числена оценка – 1 т.*

*За сравняване на стойностите и краен извод – 1 т.*

**4 задача. Сближения със Земята.** Освен големите планети и планетите джужета, в Слънчевата система има и многобройни астероиди и комети, които обобщено се наричат “малки тела”. Едно такова “малко тяло” е наблюдавано упорито от група астрономи в продължение на повече от десет години. Те установяват, че то се доближава до Земята на всеки три години. Пресметнете какъв период на обикаляне около Слънцето би могло да има това тяло.

**Решение:**

За да се сближава със Земята веднъж на всеки 3 години тялото трябва да има синодичен период 3 години. През такъв период ще се повтаря противостоянето на тялото, при което то ще е най-близо до Земята. Ако тялото се движи по орбита, която е вътрешна за земната орбита, то можем да напишем:

$$\frac{1}{T_{syn}} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}$$

където  $T_{syn} = 3$  год. е синодичният период на тялото,  $T$  е сидеричният му период, който търсим, а  $T_0 = 1$  год. е орбиталният период на Земята. Оттук получаваме:

$$T = \frac{T_{syn} T_0}{T_{syn} + T_0} = 0.75 \text{ год.}$$

Ако орбитата на тялото е външна за земната орбита, то:

$$\frac{1}{T_{syn}} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{T_{syn} T_0}{T_{syn} - T_0} = 1.5 \text{ год.}$$

Освен тези две решения, има и още една възможност. За разлика от планетите, които имат почти кръгови орбити, малките тела често се движат по твърде издължени орбити. Тялото може да се движи с орбитален период 3 години около Слънцето, но по орбита с голям ексцентрицитет. Тогава, ако говорим за сближение на тялото със Земята, както е казано в задачата, то това сближение би се случвало веднъж на три години, макар и в общия случай при конфигурация различна от противостоеното.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

*За определяне на орбиталния период на тялото в случая на вътрешна орбита – 4 т.*

*За определяне на периода в случая на външна орбита – 4 т.*

*За разглеждане на случая със силно ексцентрична орбита – 2 т.*

**5 задача. Два кораба.** Два космически кораба се изстрелват едновременно от едно и също място на земния екватор и тръгват по кръгови екваториални орбити с височина 500 км в две противоположни посоки.

- **а.** Пресметнете орбиталния период на спътниците.
  - **б.** Първият кораб каца на Земята, след като е направил 26 обиколки около нея, а вторият – след като е направил 27 обиколки. Определете на какво разстояние от мястото на изстрелване каца първият кораб.
  - **в.** Определете разстоянието между местата на кацане на двата кораба.
- Приемаме, че орбитите на корабите се различават съвсем незначително, колкото двата кораба, движещи се в противоположни посоки, да не се сблъскват при срещите си.

**Решение:**

Първо определяме орбиталния период  $T$ , който е еднакъв за двата кораба. Използваме III закон на Кеплер:

$$\frac{(R+h)^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}$$

където  $R$  е радиусът на Земята,  $M$  е нейната маса,  $h$  е височината на орбитите на корабите,  $\gamma$  е гравитационната константа. Оттук получаваме:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{\gamma M}} \approx 5663 \text{ sec} \approx 94.38 \text{ min}$$

Да пресметнем интервала от време, през който първият кораб лети около Земята:

$$t_1 = 26 \times 94.38^{\text{min}} = 2454^{\text{min}} = 40.9^{\text{h}}$$

Орбиталното движение на кораба е независимо от околоосното въртене на Земята, което става с период  $T = 23^{\text{h}} 56^{\text{min}} = 1436^{\text{min}}$ . Следователно за определяне на мястото на кацане на кораба посоката на неговото движение по екваториалната му орбита няма значение. Единствено значение има продължителността на полета му.. Можем да определим ъгъла, на който се е завъртяла Земята за времето на полета на кораба:

$$\alpha = 360^\circ \times \frac{t_1}{T}$$

$$\alpha \approx 615.21^\circ = 360^\circ + 255.21^\circ$$

За времето на полета на кораба Земята е направила едно пълно завъртане около оста си плюс още завъртане на ъгъл  $255.21^\circ$ . Земята се върти от запад на изток, което значи, че корабът е кацнал в точка, отстояща на  $255.21^\circ$  западно от точката на излитане. Всъщност по-удобно е да

считаме, че точката на кацане е на  $360^\circ - 255.21^\circ = 104.79^\circ$  източно от точката на излитане. Това съответства на разстояние:

$$x = 2\pi R \times \frac{104.79^\circ}{360^\circ} \approx 11665 \text{ км}$$

където  $R$  е земният радиус.

Вторият кораб е направил една обиколка повече и значи е летял с 94.38 минути по-дълго от първия. За това време Земята се е завъртяла още на ъгъл:

$$\Delta\alpha = 360^\circ \times \frac{94.38^{\text{min}}}{T} \approx 23.66^\circ$$

Това отговаря на разстояние:

$$\Delta x = 2\pi R \times \frac{23.66^\circ}{360^\circ} \approx 2634 \text{ км}$$

Вторият кораб е кацнал на разстояние 2634 км западно от точката на кацане на първия кораб.

Критерии за оценяване (общо 14 т.):

*За определяне на орбиталния период на корабите – 2 т.*

*За разбиране на факта, че орбиталното движение на корабите не зависи от въртенето на Земята и разстоянията между стартовата точка и точката на приземяване зависи само от времето на полета - 2 т.*

*За правилна математическа постановка на решението за точката на кацане на първия кораб – 5 т.*

*За верен числен отговор – 1 т.*

*За правилен начин за определяне на разстоянието между точките на кацане на двата кораба – 3 т.*

*За верен числен отговор – 1 т.*

### **Справочни данни:**

Синодичен период на Луната	29.5 денонощия
Радиус на геостационарната орбита	42 164 км
Радиус на Земята	6378 км
Маса на Земята	$6 \times 10^{24}$ кг
Гравитационна константа	$6.67 \times 10^{-11}$ м <sup>3</sup> /кг.сек <sup>2</sup>
Радиус на орбитата на Европа	671 000 км
Диаметър на Юпитер	143 000 км